

ΘΕΜΑ Α

A1. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 31

Θεωρούμε τη συνάρτηση $F(x) = f(x) + g(x)$ και έχουμε:

$$\begin{aligned} F(x+h) - F(x) &= [f(x+h) + g(x+h)] - [f(x) + g(x)] \\ &= f(x+h) - f(x) + g(x+h) - g(x) \end{aligned}$$

Οπότε για $h \neq 0$ είναι:

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(x+h) - F(x)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(x+h) - f(x)}{h} + \frac{g(x+h) - g(x)}{h} \right) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(x+h) - g(x)}{h} = f'(x) + g'(x) \end{aligned}$$

Άρα, για κάθε $x \in B$ είναι: $[f(x) + g(x)]' = f'(x) + g'(x)$

A2. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 14

Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A λέμε ότι παρουσιάζει **τοπικό μέγιστο** στο σημείο $x_0 \in A$ όταν $f(x) \leq f(x_0)$ για κάθε x κοντά στο x_0 .

A3. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 72

Πλάτος μιας κλάσης ονομάζεται η διαφορά του κατώτερου από το ανώτερο όριο της κλάσης.

A4. α. Σωστό **β.** Λάθος **γ.** Λάθος **δ.** Σωστό **ε.** Λάθος

ΘΕΜΑ Β

B1. α)

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^4 x_i \cdot v_i = \frac{1 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 5 \cdot 4 + 9 \cdot 1}{10} = \frac{2 + 9 + 20 + 9}{10} = 4$$

ΜΕΘΟΔΙΚΟ

β) Διατάσσουμε τις τιμές κατά αύξουσα σειρά και έχουμε:

1 1 3 3 3 5 5 5 5 9

Παρατηρούμε ότι $n = 10$ άρτιος, άρα η διάμεσος είναι ίση με το ημιάθροισμα της 5ης και 6ης παρατήρησης, δηλαδή $\delta = \frac{3+5}{2} = 4$.

γ)

x_i	v_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot v_i$
1	2	-3	9	18
3	3	-1	1	3
5	4	1	1	4
9	1	5	25	25
ΣΥΝΟΛΟ	10			50

$$s^2 = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^4 (x_i - \bar{x})^2 \cdot v_i = \frac{50}{10} = 5$$

B2. Είναι:

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{5}}{4} > \frac{2}{4} = \frac{1}{2} > 10\%$$

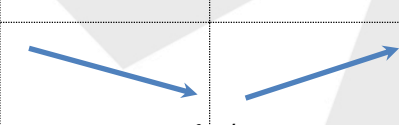
άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με $f'(x) = 2x - 1$.

Θέτουμε:

- $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$
- $f'(x) > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$

x	$-\infty$	$1/2$	$+\infty$
$f'(x)$			
f			
	ολικό ελάχιστο		

ΜΕΘΟΔΙΚΟ

Άρα η συνάρτηση f παρουσιάζει ολικό ελάχιστο στο $x = \frac{1}{2}$ το $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}$.

Γ2. Η εξίσωση της εφαπτομένης της C_f στο σημείο $A(2, f(2))$, δηλαδή $A(2, 3)$ είναι της μορφής $(\varepsilon): y = \alpha x + \beta$ με $\alpha = f'(2) = 3$.

Επομένως είναι η $(\varepsilon): y = 3x + \beta$

Όμως $A(2, 3) \in (\varepsilon)$, συνεπώς $3 = 3 \cdot 2 + \beta \Leftrightarrow \beta = -3$

Άρα, $(\varepsilon): y = 3x - 3$

Γ3. Αντικαθιστώντας στην $(\varepsilon) y = 0$, παίρνουμε $0 = 3x - 3 \Leftrightarrow x = 1$.

Άρα η (ε) τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο $B(1, 0)$.

Αντικαθιστώντας στην $(\varepsilon) x = 0$, παίρνουμε $y = -3$.

Άρα, η (ε) τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $\Gamma(0, -3)$.

Γ4. Έχουμε:

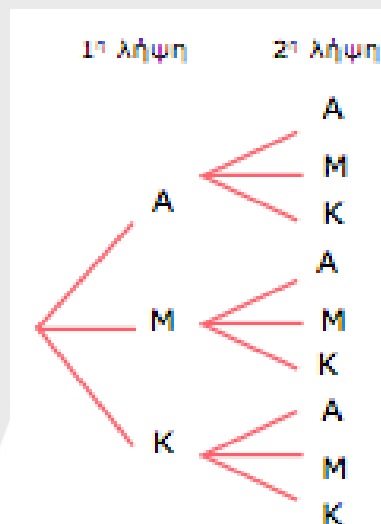
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{f(x)} - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 1}{x - 1} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x^2 - x + 1} - 1)(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)}{(x - 1)(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x + 1 - 1}{(x - 1)(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x - 1)}{(x - 1)(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{\sqrt{x^2 - x + 1} + 1} = \frac{1}{2}$$

ΘΕΜΑ Δ



Ο δειγματικός χώρος είναι:

$\Omega = \{AA, AM, AK, MA, MM, MK, KA, KM, KK\}$ με $N(\Omega) = 9$

ΜΕΘΟΔΙΚΟ

Δ2. Έχουμε:

$$A = \{AM, MM, KM\} \text{ με } N(A) = 3$$

$$B = \{AM, AK, MA, MK, KA, KM\} \text{ με } N(B) = 6$$

Δ3. α)

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{N(A)}{N(\Omega)} = 1 - \frac{3}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

Αλλιώς:

$$A' = \{AA, AK, MA, MK, KA, KK\} \text{ με } N(A') = 6$$

$$\text{άρα } P(A') = \frac{N(A')}{N(\Omega)} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$A \cap B = \{AM, KM\} \text{ με } N(A \cap B) = 2 \text{ άρα,}$$

$$P(A \cap B) = \frac{N(A \cap B)}{N(\Omega)} = \frac{2}{9}$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{3}{9} - \frac{2}{9} = \frac{1}{9}$$

$$\text{Αλλιώς, } A - B = \{MM\} \text{ με } N(A - B) = 1, \text{ άρα}$$

$$P(A - B) = \frac{N(A - B)}{N(\Omega)} = \frac{1}{9}$$

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{6}{9} - \frac{2}{9} = \frac{4}{9}$$

$$\text{Αλλιώς, } B - A = \{AK, MA, MK, KA\} \text{ με } N(B - A) = 4$$

$$\text{άρα, } P(B - A) = \frac{N(B - A)}{N(\Omega)} = \frac{4}{9}$$

β) Επειδή $A \cup B = \{AM, MM, KM, AK, MA, MK, KA\}$ και $\Gamma \cap A = \emptyset, \Gamma \cap B = \emptyset$,
έχουμε $\Gamma \cap (A \cup B) = \emptyset$, δηλαδή $\Gamma \subseteq (A \cup B)'$ και τελικά

$$P(\Gamma) \leq P((A \cup B)') = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{N(A \cup B)}{N(\Omega)} = 1 - \frac{7}{9} = \frac{2}{9}$$

Άρα, η μεγαλύτερη τιμή του $P(\Gamma)$ είναι $\frac{2}{9}$

Μάριος Παπαδιαμαντής, Χρήστος Αναστασίου, Αλέξανδρος Φιτσόπουλος, Αποστόλης
Κωτσιαρίνης, Ηρώ Μαρκάκη

ΜΕΘΟΔΙΚΟ

Ευχόμαστε καλά αποτελέσματα!



Για την εύστοχη Συμπλήρωση του Μηχανογραφικού Δελτίου συμβουλευτείτε τη νέα έκδοση του Οδηγού Σπουδών: «ΣΠΟΥΔΕΣ & ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΑ 2017».

Όλες οι απαραίτητες πληροφορίες για τις Σχολές, τις Σπουδές και τα Επαγγέλματα!

Περισσότερες πληροφορίες στην ιστοσελίδα του ΜΕΘΟΔΙΚΟΥ: www.methodiko.net



Μεθοδικό Φροντιστήριο

Βουλιαγμένης & Κύπρου 2, Αργυρούπολη, Τηλ: 210 99 40 999

Δ. Γούναρη 201, Γλυφάδα, Τηλ: 210 96 36 300

www.methodiko.net