ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΤΗΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΟΙ ΛΥΣΕΙΣ ΤΩΝ ΘΕΜΑΤΩΝ ΑΠΟ ΤΟΥΣ ΚΑΘΗΓΗΤΕΣ

κύριο ΦΟΥΝΤΟΥΛΑΚΗ ΜΑΝΩΛΗ

κυρία ΦΟΥΝΤΟΥΛΑΚΗ ΑΓΓΕΛΙΚΗ

του ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟΥ

Όριον φροντιστήριο μέσης εκπαίδευσης

www.orion.edu.gr

ΘΕΜΑ Α

Α1. Απόδειξη σελ. 30 σχολικού βιβλίου

Α2. Ορισμός σελ. 13 σχολικού βιβλίου

Α3. Ορισμός σελ. 59 σχολικού βιβλίου

Α4. $\alpha \to \Sigma$
$\beta \to \Lambda$
$\gamma \to \Lambda$
$\delta \to \Lambda$
$\varepsilon \to \Sigma$

ΘΕΜΑ Β

Β1. $v = v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = 12 + 8 + 14 + 6 = 40$

Β2.

Κλάσεις	x_i	v_i	f_i	$x_i v_i$
$[2,\ 4)$	3	12	0,30	36
$[4,\ 6)$	5	8	0,20	40
$[6,\ 8)$	7	14	0,35	98
$[8,\ 10)$	9	6	0,15	54
		$v = 40$	1	228

Β3. α) $\overline{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{\kappa} x_i \nu_i}{\nu} = \dfrac{228}{40} = 5,7$

β) Θεωρούμε ότι οι παρατηρήσεις είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες σε κάθε κλάση.

Στην κλάση $[4,\ 6)$ αντιστοιχούν 8 πωλητές, άρα κατά αναλογία στο τμήμα της $[4,5,\ 6)$ αντιστοιχούν $\dfrac{6-4,5}{6-4}\cdot 8 = \dfrac{1,5}{2}\cdot 8 = 6$ πωλητές.

Άρα συνολικά πωλήσεις τουλάχιστον 4,5 χιλ ευρώ έκαναν $6+14+6=26$ πωλητές.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $f(x) = 4x^3 - \dfrac{7}{2}x^2 + x - 1, \quad x \in R$

$f'(x) = 12x^2 - 7x + 1, \quad x \in R$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 12x^2 - 7x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1/4 \\ x_2 = 1/3 \end{cases}$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty,\ \frac{1}{4}\right) \cup \left(\frac{1}{3},\ +\infty\right)$$

x	$-\infty$		1/4		1/3		$+\infty$
f'		+	0	−	0	+	
f		↗	ΤΜ	↘	ΤΕ	↗	

Άρα $P(K) = \dfrac{1}{4}$ και $P(A) = \dfrac{1}{3}$

$$P(A) + P(K) + P(\Pi) = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + P(\Pi) = 1 \Leftrightarrow P(\Pi) = \frac{5}{12}$$

Γ2. $P(\Gamma) = P(K \cup A) = P(K) + P(A) = \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{3} = \dfrac{7}{12}$ αφού $K \cap A = \varnothing$

$$P(\Delta)=P(K'\cap A')=P(\Pi)=\frac{5}{12}$$

$$P(E)=P(A\cup \Pi')=P(A\cup K)=\frac{7}{12}$$

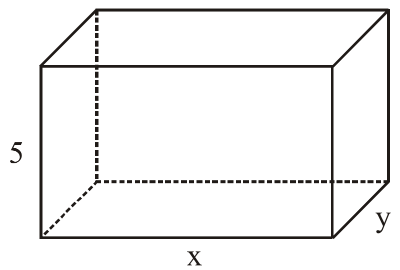
Γ3. $N(A)+4=N(\Pi)\Leftrightarrow \dfrac{N(A)+4}{N(\Omega)}=\dfrac{N(\Pi)}{N(\Omega)}\Leftrightarrow$

$$\frac{N(A)}{N(\Omega)}+\frac{4}{N(\Omega)}=\frac{N(\Pi)}{N(\Omega)}\Leftrightarrow P(A)+\frac{4}{N(\Omega)}=P(\Pi)\Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{3}+\frac{4}{N(\Omega)}=\frac{5}{12}\Leftrightarrow \frac{4}{N(\Omega)}=\frac{5}{12}-\frac{1}{3}\Leftrightarrow \frac{4}{N(\Omega)}=\frac{1}{12}\Leftrightarrow N(\Omega)=48$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



$2x+2y=20\Leftrightarrow$

$x+y=10\Leftrightarrow y=10-x$

$x>0$

$y>0\Leftrightarrow 10-x>0\Leftrightarrow x<10$

$$E=2\cdot 5\cdot x+2\cdot 5\cdot y+x\cdot y=10x+10y+xy=$$

$$=10x+10(10-x)+x(10-x)=10x+100-10x+10x-x^2$$

$$=-x^2+10x+100$$

Άρα $E(x)=-x^2+10x+100$, $\quad x\in(0,\ 10)$

$E'(x)=-2x+10$, $\quad x\in(0,\ 10)$

$E'(x)=0\Leftrightarrow -2x+10=0\Leftrightarrow x=5$

$E'(x) > 0 \Leftrightarrow -2x + 10 > 0 \Leftrightarrow x < 5$

x	0		5		10
E'		$+$	0	$-$	
E		$\nearrow$	Ολ.Μεγ.	$\searrow$	

Άρα το κουτί έχει μέγιστη επιφάνεια όταν $x = 5$ dm

Δ2. α) $2s^2 - 5s + 2 = 0$

$$\Delta = 25 - 16 = 9 \qquad s_{1,2} = \frac{5 \pm 3}{4} \begin{cases} 2 \\ \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

Αν $s = \frac{1}{2}$, τότε $CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{\frac{1}{2}}{8} = \frac{1}{16} < \frac{1}{10}$ άρα ομοιογενές

Αν $s = 2$, τότε $CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} > \frac{1}{10}$ άρα όχι ομοιογενές

Αφού το δείγμα δεν είναι ομοιογενές, θα είναι $s = 2$

β) $$s^2 = \frac{1}{\nu}\left[\sum_{i=1}^{\nu} x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{\nu} x_i\right)^2}{\nu}\right] \Leftrightarrow s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{\nu} x_i^2}{\nu} - \left(\frac{\sum_{i=1}^{\nu} x_i}{\nu}\right)^2 \Leftrightarrow$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{\nu} x_i^2}{\nu} - \bar{x}^2 \Leftrightarrow \frac{\sum_{i=1}^{15} x_i^2}{15} = s^2 + \bar{x}^2 \Leftrightarrow \overline{x^2} = 4 + 64 \Leftrightarrow \overline{x^2} = 68$$

Δ3. $5 = x_1 < x_2 < \ldots < x_{14} < x_{15} = 9 \overset{E \downarrow}{\Rightarrow}$

$E(5) = E(x_1) > E(x_2) > \ldots > E(x_{14}) > E(x_{15}) = E(9)$

$$R = E(5) - E(9) = (-25 + 50 + 100) - (-81 + 90 + 100) = 125 - 109 = 16$$

$$y_i > -4x_i + 9R + 1 \Leftrightarrow -x_i^2 + 10x_i + 100 > -4x_i + 9 \cdot 16 + 1 \Leftrightarrow$$

$$x_i^2 - 14x_i + 45 < 0$$

$$\Delta = 196 - 180 = 16$$

$$x_{1,2} = \frac{14 \pm 4}{2} \begin{cases} 9 \\ 5 \end{cases}$$

x	$-\infty$		5		9		$+\infty$
$x^2-14x+45$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Άρα $x_i \in (5,\ 9)$, δηλαδή $B = \{A_2(x_2, y_2), \ldots, A_{14}(x_{14}, y_{14})\}$

$$P(B) = \frac{N(B)}{N(\Omega)} = \frac{13}{15}$$